

Saint-Pierre de Chandeu, le 7 février 2017

**L'approche du nombre
dans les programmes 2015 du cycle 1**

**Comprendre les raisons du changement
et accéder aux principaux gestes professionnels**

Rémi BRISSIAUD

MC honoraire de psychologie cognitive

Équipe “ Compréhension, Raisonnement et Acquisition de Connaissances ”

Laboratoire Paragraphe - Paris 8

Conseil scientifique de l'AGEEM

Plan de la partie : « Comprendre... »

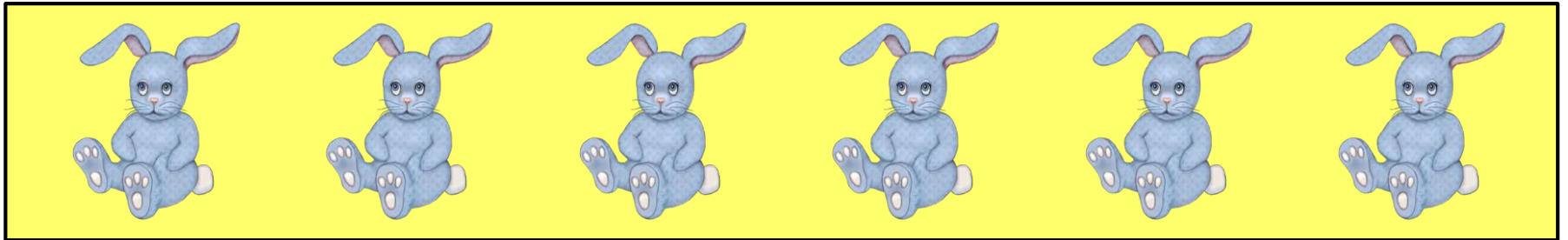
- **Savoir** qu'il existe 2 façons d'enseigner le comptage : soit sous la forme d'un **COMPTAGE-NUMÉROTAGE**, soit sous celle d'un **COMPTAGE-DÉNOMBREMENT**
- **Savoir** distinguer les notions de **QUANTITÉ** et de **NOMBRE**. Connaître le rôle majeur des collections-témoins organisées (les nombres figurés), comprendre ce qu'est l'itération de l'unité et **connaître la fonction caractéristique du nombre**
- **Distinguer** la représentation des quantités par une suite de numéros et la représentation numérique des quantités
- **Savoir** qu'il existe pour l'essentiel 2 **CULTURES PÉDAGOGIQUES** des premiers apprentissages numériques à l'école
- **Choisir** de favoriser **UNE ENTRÉE DIRECTE DANS LE NOMBRE** (basé sur l'enseignement des nombres sur celui de leurs décompositions) : les raisons d'un tel choix

Programme maternelle (rentrée 2015)

« Les activités de dénombrement doivent éviter le comptage-numérotage ... »

Enseigner le **comptage-numérotage**,
c'est théâtraliser la correspondance terme à terme :

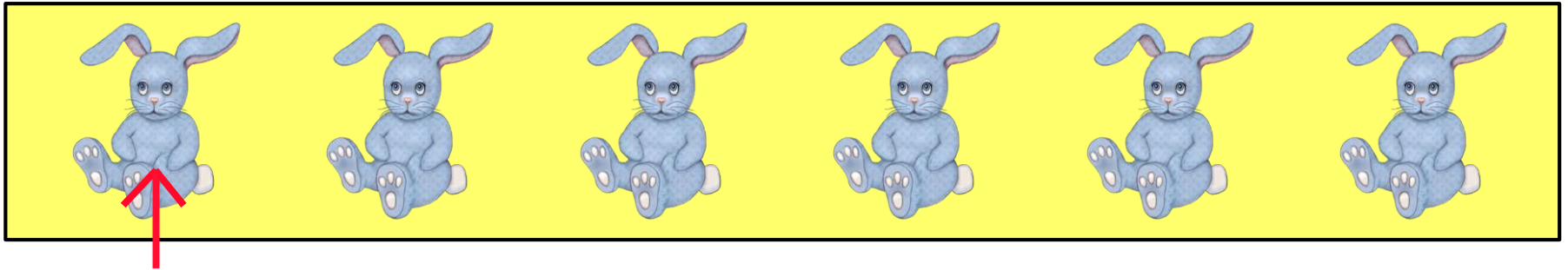
1 mot-nombre \leftrightarrow 1 unité



Enseigner le **comptage-numérotage**,
c'est théâtraliser la correspondance terme à terme :

1 mot-nombre \leftrightarrow 1 unité

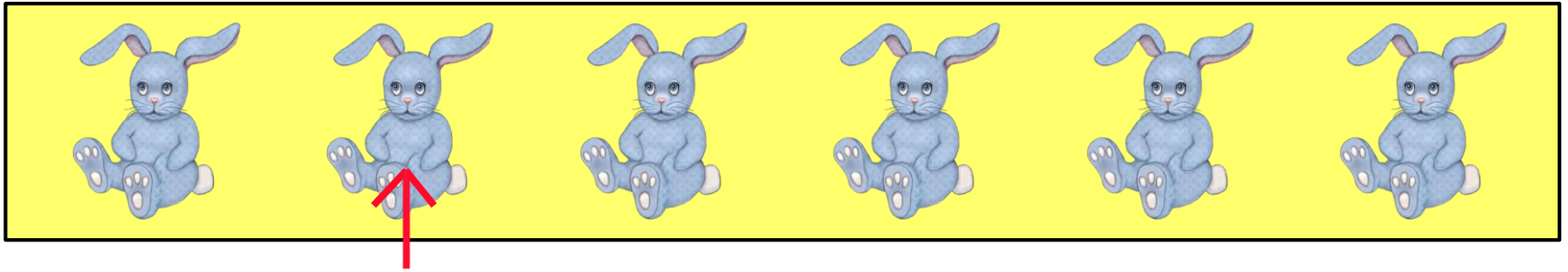
1



Enseigner le **comptage-numérotage**,
c'est théâtraliser la correspondance terme à terme :

1 mot-nombre \leftrightarrow 1 unité

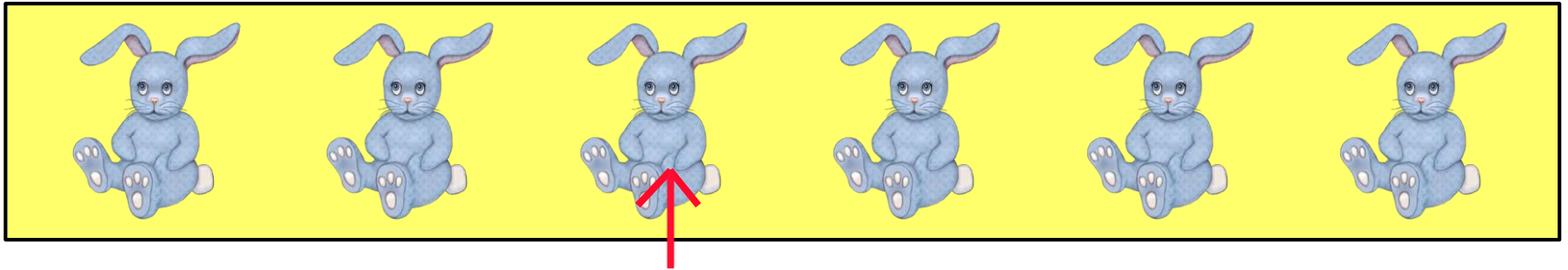
2



Enseigner le **comptage-numérotage**,
c'est théâtraliser la correspondance terme à terme :

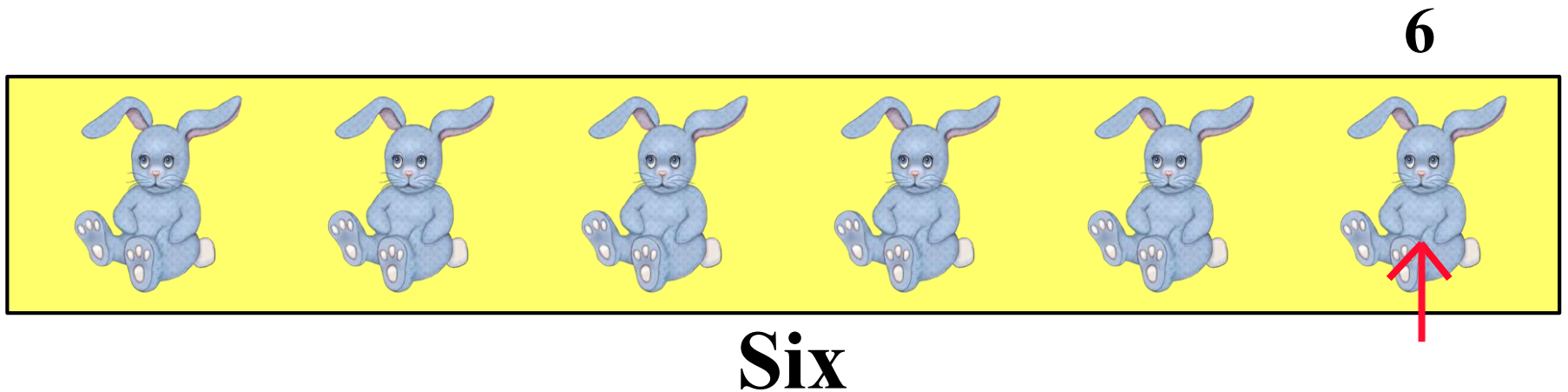
1 mot-nombre \leftrightarrow 1 unité

3



Enseigner le **comptage-numérotage**,
c'est théâtraliser la correspondance terme à terme :

1 mot-nombre \leftrightarrow 1 unité



Fuson (1988) ; Sinclair et col. (1988) ; Brissiaud (1989) ;
Colomé & Noël (2012)

Enseigner le **comptage-dénombrément**,
c'est théâtraliser la correspondance terme à terme :

1 mot-nombre ↔ La quantité des unités
déjà prises en compte

« À ce sujet .../... nous signalons le danger qu'il y a, dans le comptage, à énoncer les nombres en prenant les objets un à un. C'est en posant la 2^e assiette sur la 1^{re} que je dis deux, non en la prenant en mains (la 2^e n'est pas deux, elle est une) ; ibid. pour la 3^e, la 4^e... C'est en examinant la pile constituée que j'énonce deux, trois, quatre... six. »

René Brandicourt (1962)

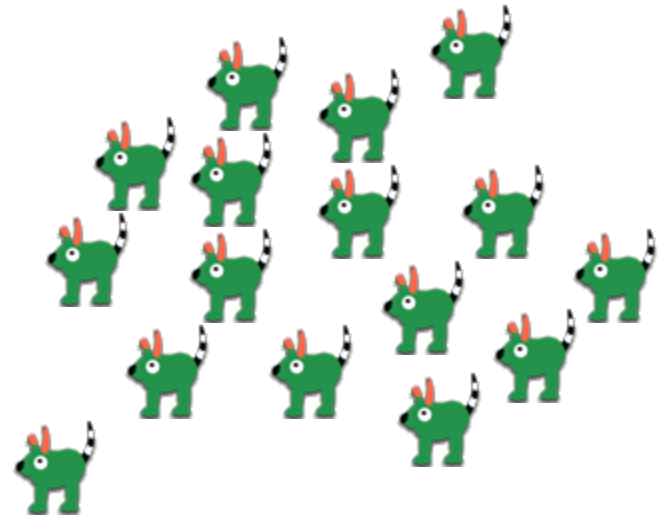
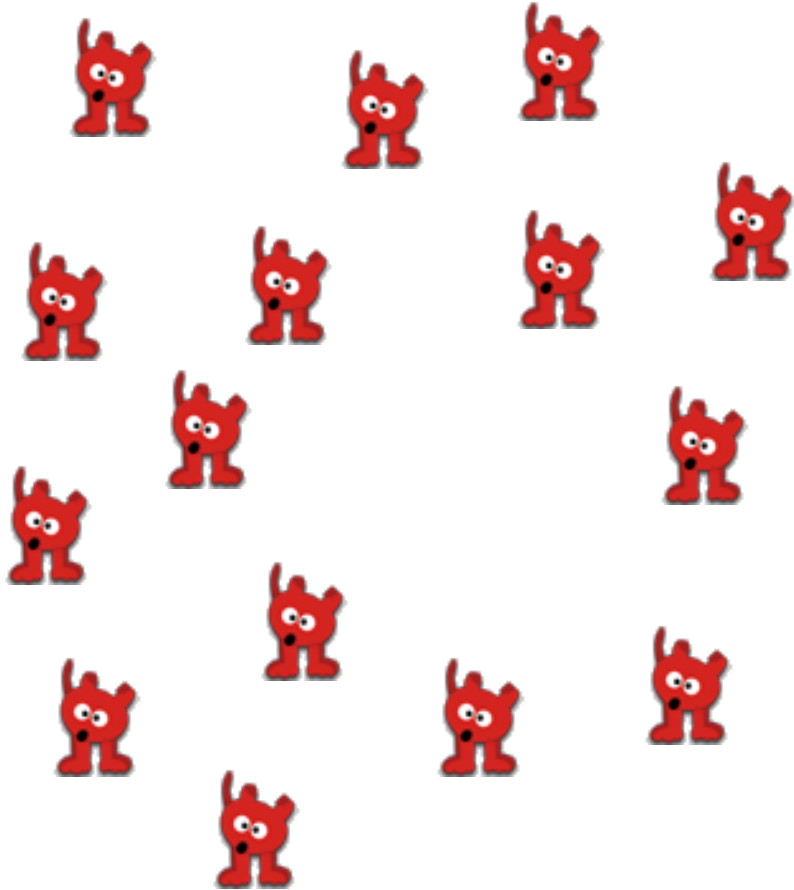
Ainsi, enseigner le comptage-dénombrement, c'est théâtraliser une propriété fondamentale du nombre, l'« ITÉRATION DE L'UNITÉ » : « deux, c'est un et-encore-un », « trois, c'est deux et-encore-un », « quatre, c'est trois et-encore-un »

Programme maternelle (rentrée 2015)

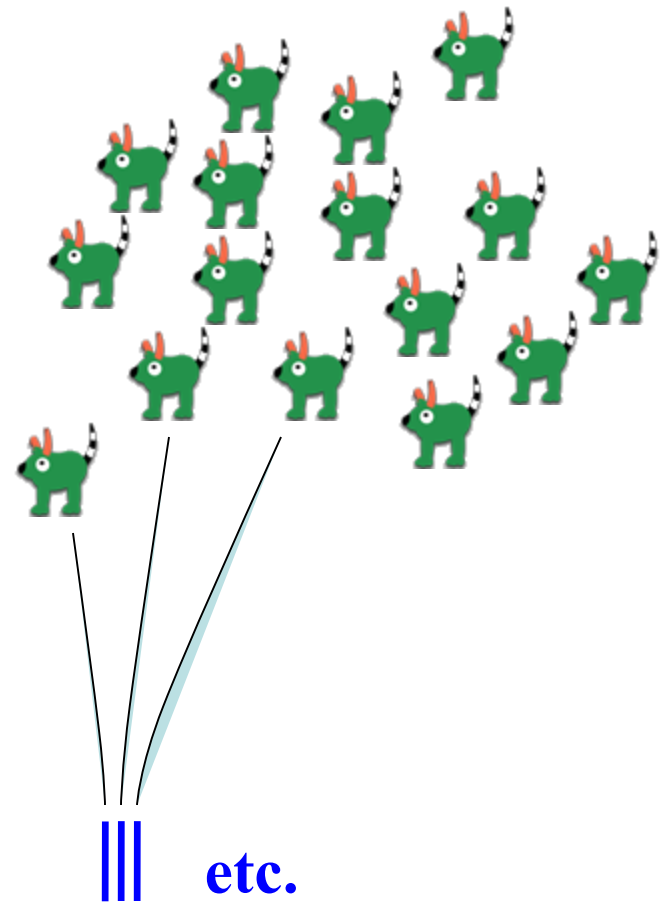
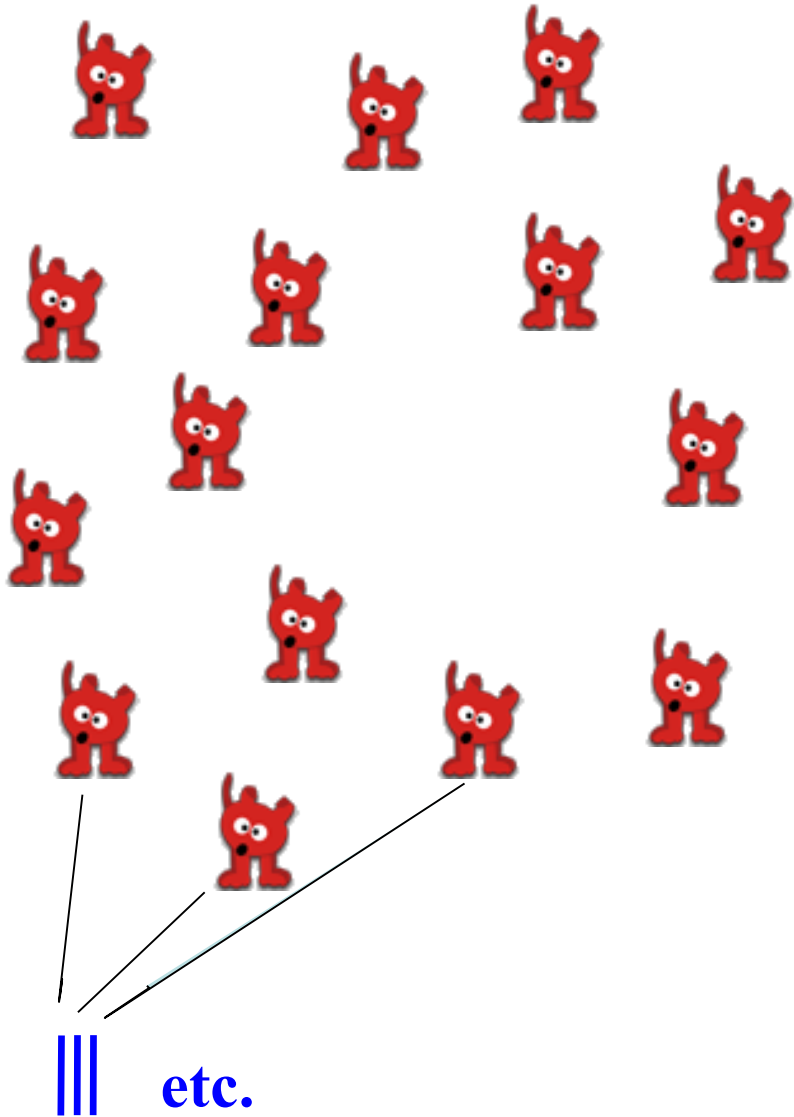
« L'itération de l'unité (trois c'est deux et encore un) se construit progressivement, et pour chaque nombre. »

« Les enfants doivent comprendre que toute quantité s'obtient en ajoutant 1 à la quantité précédente (ou en enlevant 1 à la quantité supérieure) et que sa dénomination s'obtient en avançant de 1 dans la suite des noms de nombres ou dans l'écriture des chiffres ».

- Estimer, comparer la **GRANDEUR** des collections...



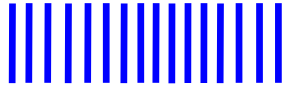
- Estimer, comparer la **GRANDEUR** des collections
- Accéder aux **QUANTITÉS**



- Estimer, comparer la **GRANDEUR** des collections
- Accéder aux **QUANTITÉS** (ce sont des grandeurs **exactes** auxquelles on accède via **une correspondance terme à terme**)



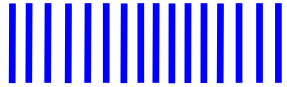
- Estimer, comparer la **GRANDEUR** des collections
- Accéder aux **QUANTITÉS** (ce sont des grandeurs **exactes** auxquelles on accède via une correspondance terme à terme)



- Une 1^{ère} sorte de symboles **NUMÉRIQUES**



- Estimer, comparer la **GRANDEUR** des collections
- Accéder aux **QUANTITÉS** (ce sont des grandeurs **exactes** auxquelles on accède via une correspondance terme à terme)



- Une 2nde sorte de symboles **NUMÉRIQUES**

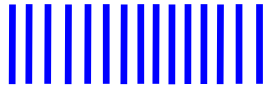


15



16

- Estimer, comparer la **GRANDEUR** des collections
- Accéder aux **QUANTITÉS** (ce sont des grandeurs **exactes** auxquelles on accède via une correspondance terme à terme)



- Au final, qu'est-ce qu'un **NOMBRE DE...** ?



16

Une représentation numérique utilise un système symbolique qui donne un **ACCÈS DIRECT** à la comparaison des quantités **À 1 PRÈS (ITÉRATION DE L'UNITÉ)** et qui donne accès aux **DÉCOMPOSITIONS**.

Programme maternelle (rentrée 2015)

« Les activités de dénombrement doivent éviter le comptage-numérotage ... »

« Quantifier des collections jusqu'à 10 au moins ; les composer et les décomposer par manipulations effectives puis mentales »

Question : mettre la notion de quantité du côté de l'usage de la correspondance terme à terme et considérer l'ITÉRATION DE L'UNITÉ comme une propriété fondamentale du nombre fait-il l'unanimité ?

Izard V., Pica P., Spelke E. et Dehaene S. (2008) : Exact equality and successor function : Two Key Concepts on the Path towards Understanding Exact Numbers

MAIS : se méfier lorsque des situations sont décrites comme permettant de « *construire le **nombre** comme mémoire de la quantité* »

1 2 3 4 5 6 7

7



Le nombre à UNE fonction caractéristique et une seule : METTRE EN RELATION, COMPARER LES QUANTITÉS

Une situation-problème ne peut pas prétendre permettre l'accès au nombre si elle ne met pas en jeu DEUX QUANTITÉS DIFFÉRENTES AU MOINS

Plan de la partie : « Comprendre... »

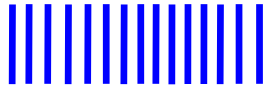
- **Savoir** qu'il existe 2 façons d'enseigner le comptage : soit sous la forme d'un **COMPTAGE-NUMÉROTAGE**, soit sous celle d'un **COMPTAGE-DÉNOMBREMENT**
- **Savoir** distinguer les notions de **QUANTITÉ** et de **NOMBRE**. Connaître le rôle majeur des collections-témoins organisées (les nombres figurés), comprendre ce qu'est l'itération de l'unité et **connaître la fonction caractéristique du nombre**
- **Distinguer la représentation des quantités par une suite de numéros et la représentation numérique des quantités**
- **Savoir** qu'il existe pour l'essentiel 2 **CULTURES PÉDAGOGIQUES** des premiers apprentissages numériques à l'école
- **Choisir** de favoriser **UNE ENTRÉE DIRECTE DANS LE NOMBRE** (baser l'enseignement des nombres sur celui de leurs décompositions) : les raisons d'un tel choix

- **GRANDEUR** des collections
- **QUANTITÉS** correspondantes



1234567

7



- **NOMBRES DE...** (quantités mises en relation)



16

Ce n'est pas parce qu'un enfant se met à utiliser des mots-nombres ou des chiffres qu'il accède au nombre.

Ce qui importe, ce n'est pas la nature des symboles utilisés, c'est la façon dont ils sont utilisés.

Plan

- **Savoir** qu'il existe 2 façons d'enseigner le comptage : soit sous la forme d'un **COMPTAGE-NUMÉROTAGE**, soit sous celle d'un **COMPTAGE-DÉNOMBREMENT**
- **Savoir** distinguer les notions de **QUANTITÉ** et de **NOMBRE**. Connaître le rôle majeur des collections-témoins organisées (les nombres figurés) et comprendre ce qu'est l'itération de l'unité
- **Distinguer** la représentation des quantités par une suite de numéros et la représentation numérique des quantités
- **Savoir qu'il existe pour l'essentiel 2 CULTURES PÉDAGOGIQUES des premiers apprentissages numériques à l'école**
- **Choisir** de favoriser **UNE ENTRÉE DIRECTE DANS LE NOMBRE** (basé sur l'enseignement des nombres sur celui de leurs décompositions) : les raisons d'un tel choix

Une première culture : celle qui correspond à la progression préconisée en France entre 1990 et 2015 (elle a été « importée » des USA)

1^{er} temps : S'appuyer sur la correspondance 1 mot \leftrightarrow 1 unité (sur le comptage-numérotage) pour que les enfants parviennent à « garder la mémoire d'une quantité » et à « garder la mémoire d'un rang »

2nd temps : Faire en sorte que les enfants s'approprient l'itération de l'unité et les décompositions

**L'autre culture des premiers apprentissages :
Favoriser une entrée directe dans le nombre
(enseigner d'emblée l'itération de l'unité et les
décompositions)**

Selon Henri Canac (1947)

**Il faut présenter les nombres aux enfants dans l'ordre et,
pour chaque nouveau nombre, les amener à :**

**« construire (définir, poser) le nouveau nombre par
adjonction de l'unité au nombre précédent, puis étudier
ses diverses décompositions en nombres moins élevés que
lui. »**

<http://www.cfem.asso.fr/debats/premiers-apprentissages-numeriques>

Commission française pour l'enseignement des mathématiques

Programme maternelle (rentrée 2015)

« Les activités de dénombrement doivent éviter le comptage-numérotage ... »

« Quantifier des collections jusqu'à 10 au moins ; les composer et les décomposer par manipulations effectives puis mentales »

Plan de la partie : « Comprendre... »

- **Savoir** qu'il existe 2 façons d'enseigner le comptage : soit sous la forme d'un **COMPTAGE-NUMÉROTAGE**, soit sous celle d'un **COMPTAGE-DÉNOMBREMENT**
- **Savoir** distinguer les notions de **QUANTITÉ** et de **NOMBRE**. Connaître le rôle majeur des collections-témoins organisées (les nombres figurés), comprendre ce qu'est l'itération de l'unité et **connaître la fonction caractéristique du nombre**
- **Distinguer** la représentation des quantités par une suite de numéros et la représentation numérique des quantités
- **Savoir** qu'il existe pour l'essentiel 2 **CULTURES PÉDAGOGIQUES** des premiers apprentissages numériques à l'école
- **Choisir de favoriser UNE ENTRÉE DIRECTE DANS LE NOMBRE** (basé l'enseignement des nombres sur celui de leurs décompositions) : les raisons d'un tel choix

- 1. Le comptage-numérotage est d'abord une pure mécanique...**
- 2. Il crée un obstacle langagier à la compréhension de l'itération de l'unité et, plus généralement, aux décompositions des nombres**

Considérons un enfant qui représente les quantités par des suites de numéros et seulement comme cela.

**Si on veut qu'il comprenne que « huit, c'est sept et encore un »,
il faut lui faire comparer « huit » et « sept », c'est-à-dire** 12345678
et 1234567

**Avec « huit », on dit un numéro de plus et cela permet de conclure :
« huit, c'est sept et encore un » parce que « le un de plus, c'est le 8 »**

Tous les travaux sur la difficulté grave et persistante avec les nombres montrent qu'il s'agit d'enfants qui ne construisent pas de relations entre les quantités, ils n'ont pas accès aux décompositions (voir, par ex. INSERM, 2007)

- 1. Le comptage-numérotage est d'abord une pure mécanique...**
- 2. Il crée un obstacle langagier à la compréhension de l'itération de l'unité et, plus généralement, aux décompositions des nombres**
- 3. L'enseignement du comptage-numérotage crée de l'échec parce que son usage permet de résoudre la plupart des problèmes portant sur les quantités SANS FAIRE APPEL AU NOMBRE (sans construire des relations numériques entre quantités)**

1. Le comptage-numérotage est d'abord une pure mécanique...
2. Il crée un obstacle langagier à la compréhension de l'itération de l'unité
3. L'enseignement du comptage-numérotage crée de l'échec parce que son usage permet de résoudre la plupart des problèmes portant sur les quantités SANS FAIRE APPEL AU NOMBRE (sans construire des relations numériques entre quantités)

A. A la récréation, Dimitri joue aux billes. Au début de la partie, il possède 37 billes. A la fin, il a 72 billes. Combien a-t-il gagné de billes ?

<p>Recherches/Calculs :</p> <p>37 pour aller à 72</p> <p>38-39-40-41-42-43-44-45-46-47 48-49-50-51-52-53-54-55-56 57-58-59-60-61-62-63-64-65-66 67-68-69-70-71-72</p>	<p>Réponse :</p> <p>il en a gagné 35</p>
---	--

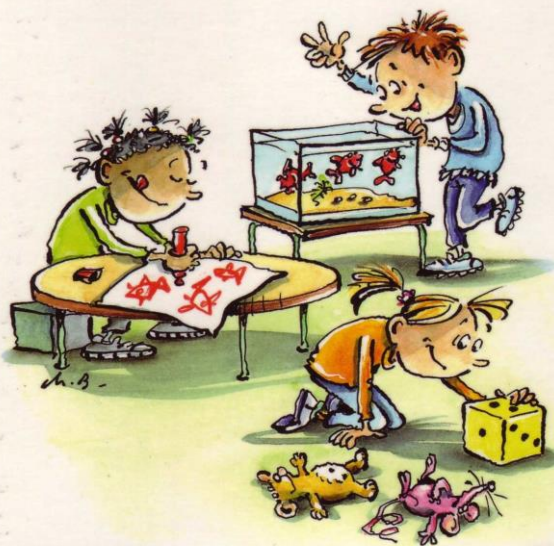
En 1962, les conseillers pédagogiques de Madame Herbinière-Lebert, en parlant du comptage-numérotage :

« ... (l'enseignement du comptage-numérotage) fait acquérir à force de répétitions la liaison entre le nom des nombres, l'écriture du chiffre, la position de ce nombre dans la suite des autres, mais il gêne la représentation du nombre, l'opération mentale, en un mot, il empêche l'enfant de penser, de calculer ».

Deux premiers ouvrages où ces idées sont développées, même si le mode d'expression choisi n'est pas le meilleur

PREMIERS PAS VERS LES MATHS

Les chemins de la réussite à l'école maternelle



Rémi Brissiaud



APPRENDRE À CALCULER À L'ÉCOLE

Les pièges à éviter en contexte francophone



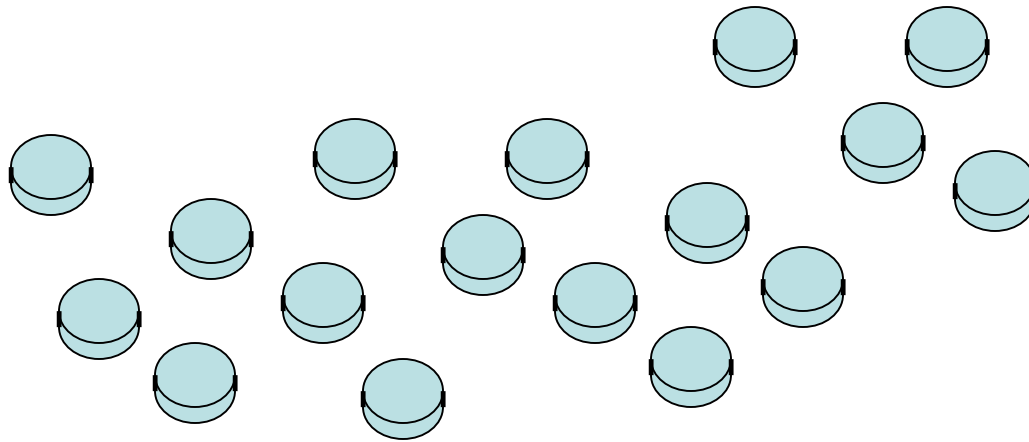
Rémi Brissiaud



Plan de la partie : les gestes professionnels...

- Les gestes professionnels de base lorsqu'on fait un tel choix :
Quelles progressions aux niveaux ? Comment s'exprimer ?
- Quelles situations-problèmes de référence ?
- Quels affichages ? Quid des activités telles que le calendrier ?

En PS : travailler dans l'ordre les 3 premiers nombres (les dialogues de base)



Plan de la partie : les gestes professionnels...

- **Les gestes professionnels de base lorsqu'on fait un tel choix :
Quelles progressions aux niveaux ? Comment s'exprimer ?**
- **Quelles situations-problèmes de référence ?**
- **Quels affichages ? Quid des activités telles que le calendrier ?**

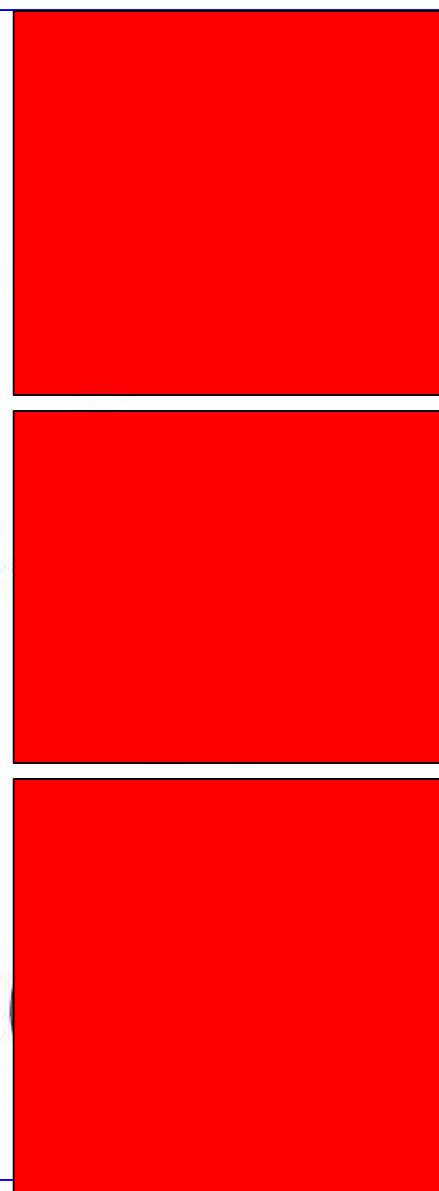
Trois types de situations-problèmes dès la PS :

1. Dans l'image, il y a N... (avec $N = 3, 2$ ou 1)



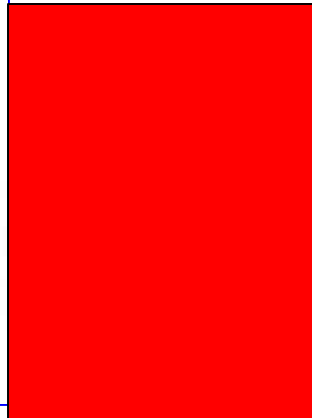
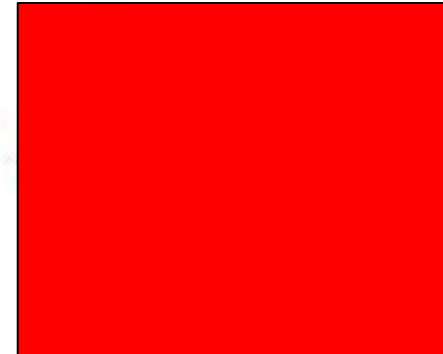
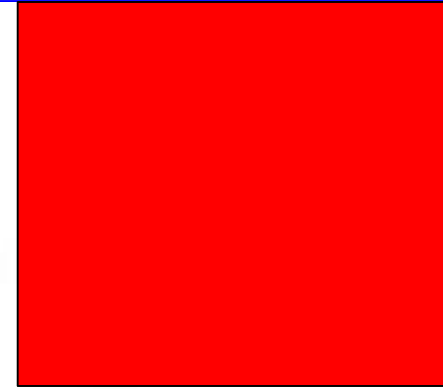
Trois types de situations-problèmes dès la PS :

1. Dans l'image, il y a N... (avec $N = 3, 2$ ou 1)



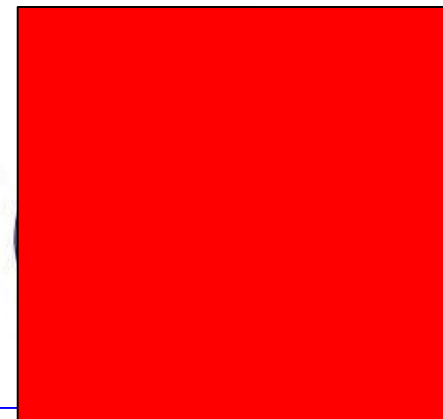
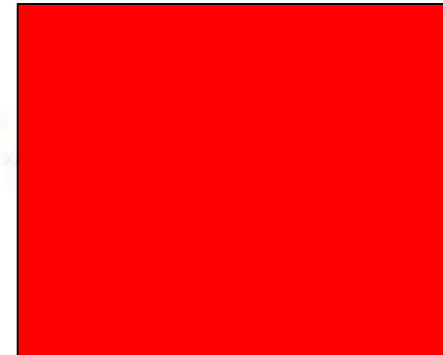
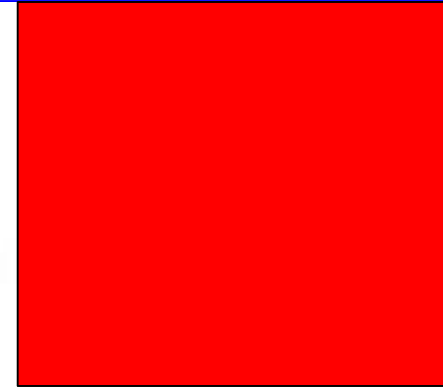
Trois types de situations-problèmes dès la PS :

1. Dans l'image, il y a N... (avec $N = 3, 2$ ou 1)



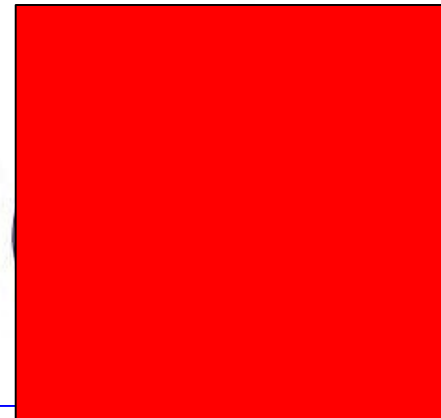
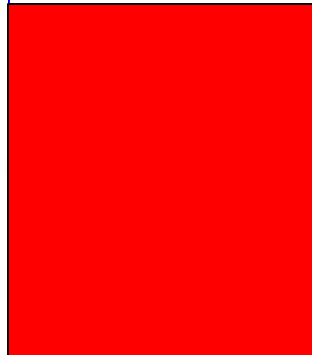
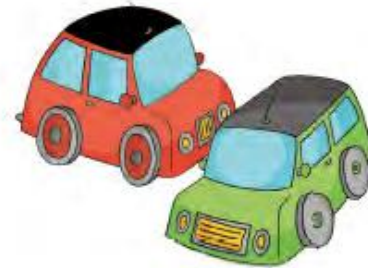
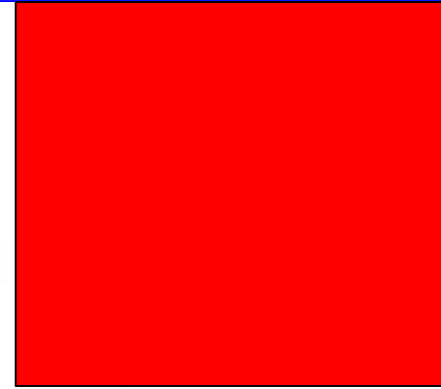
Trois types de situations-problèmes dès la PS :

1. Dans l'image, il y a N... (avec $N = 3, 2$ ou 1)



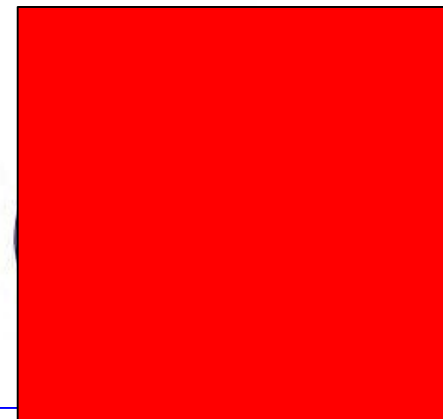
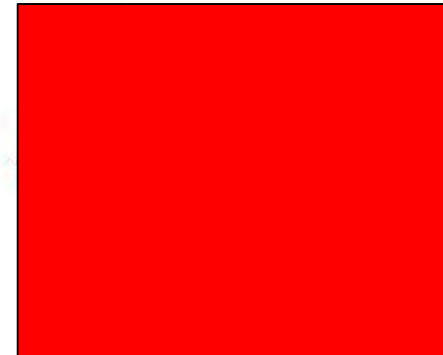
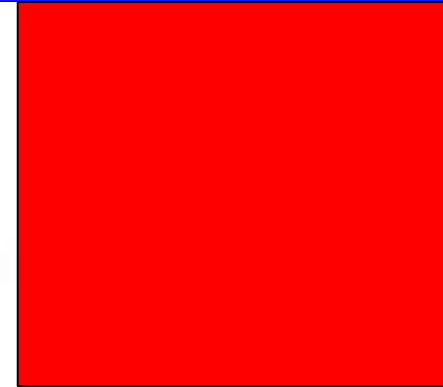
Trois types de situations-problèmes dès la PS :

1. Dans l'image, il y a N... (avec $N = 3, 2$ ou 1)



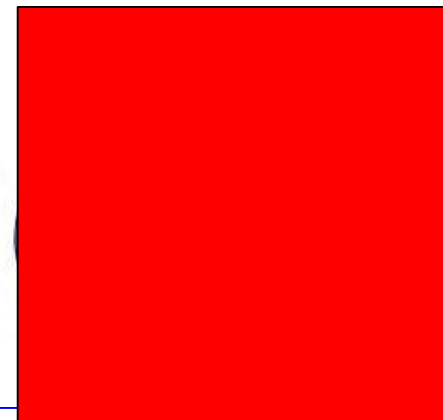
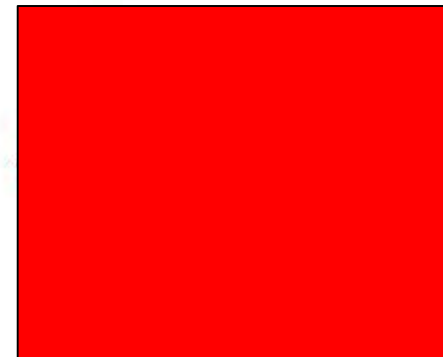
Trois types de situations-problèmes dès la PS :

1. Dans l'image, il y a N... (avec $N = 3, 2$ ou 1)



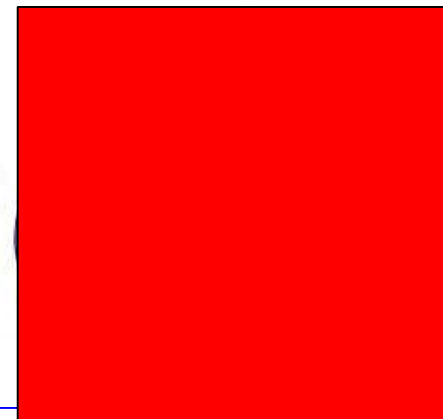
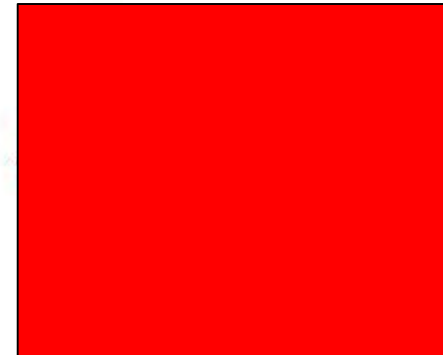
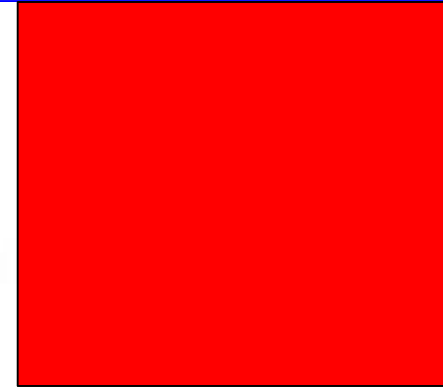
Trois types de situations-problèmes dès la PS :

1. Dans l'image, il y a N... (avec $N = 3, 2$ ou 1)



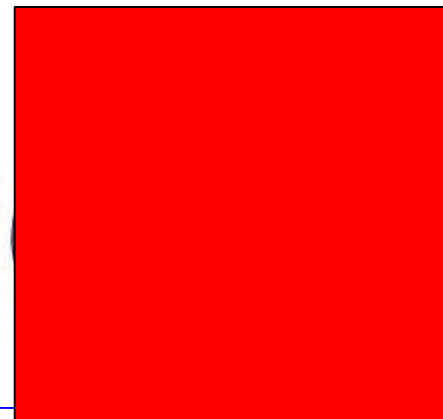
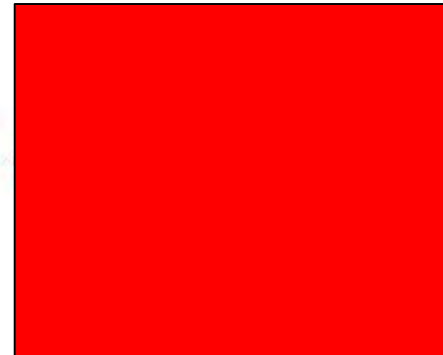
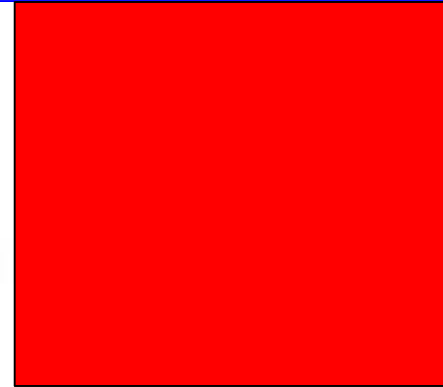
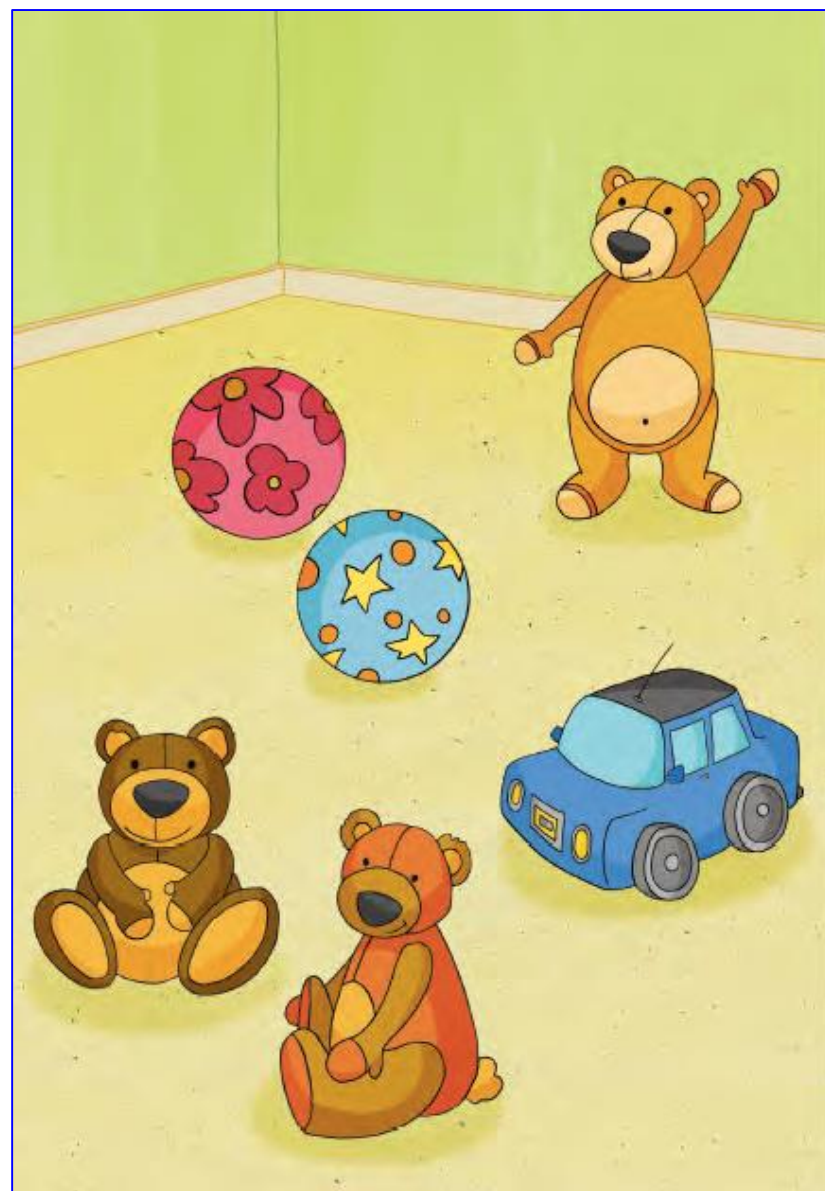
Trois types de situations-problèmes dès la PS :

1. Dans l'image, il y a N... (avec $N = 3, 2$ ou 1)



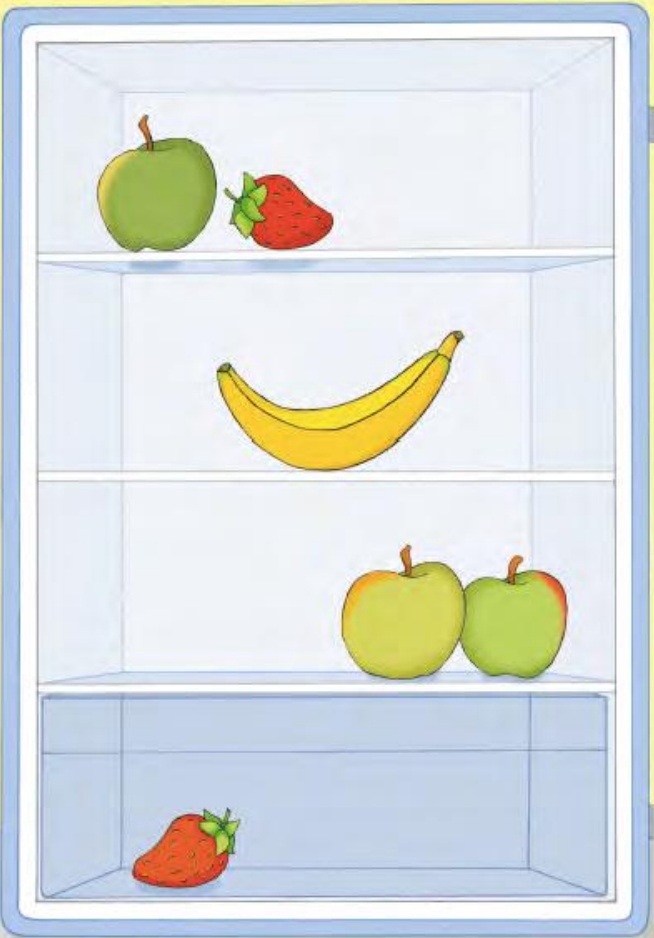




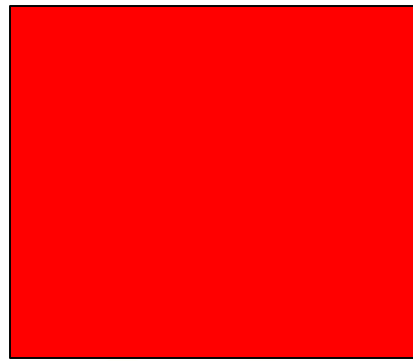
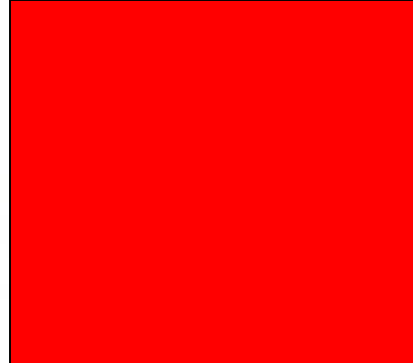
Trois types de situations-problèmes dès la PS :

1. Dans l'image, il y a N... (avec $N = 3, 2$ ou 1)



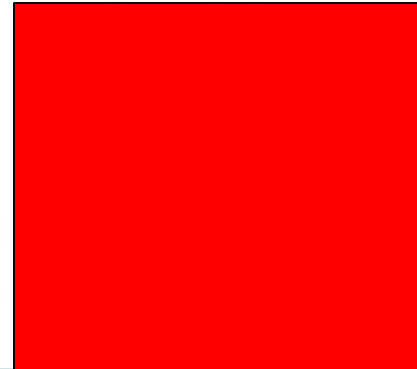
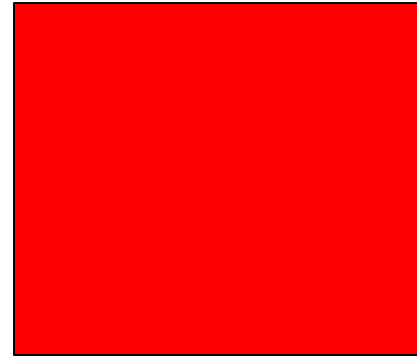
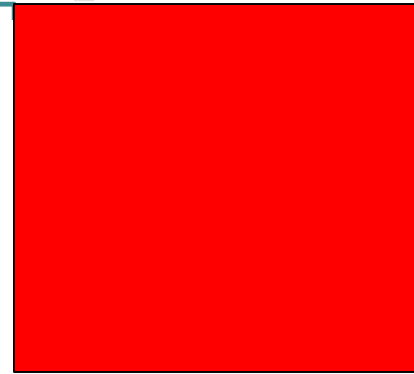
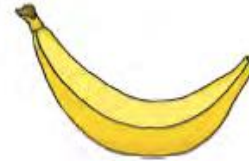
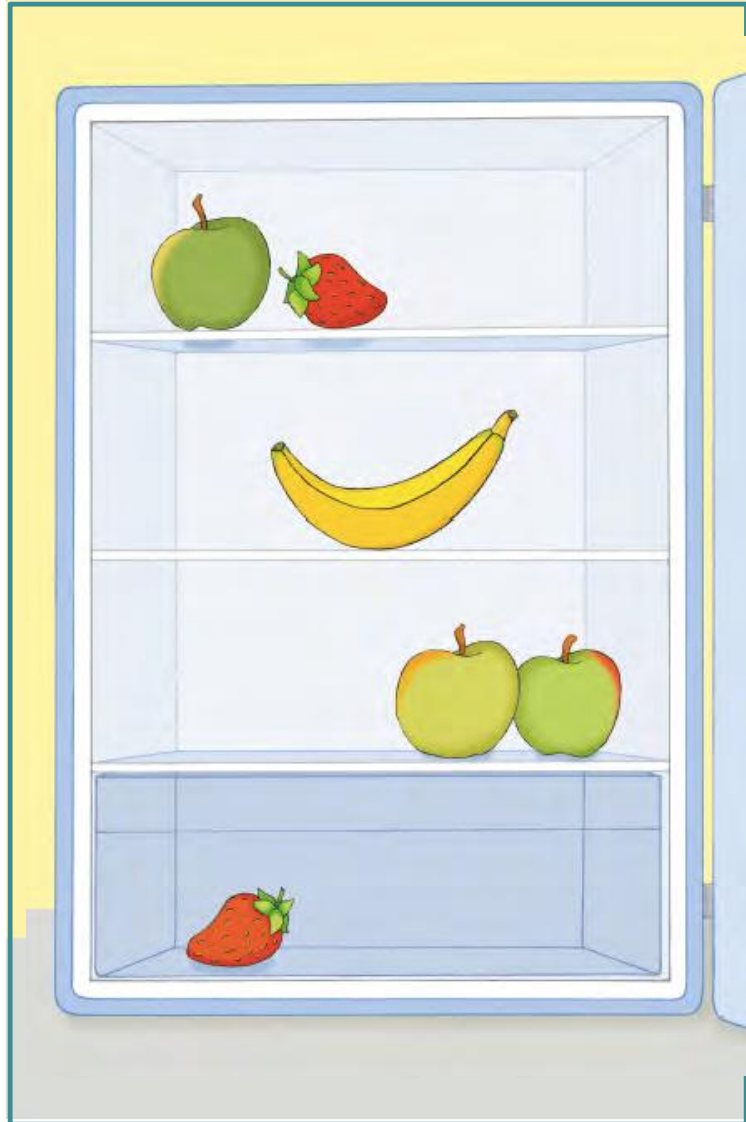
Trois types de situations-problèmes dès la PS :

1. Dans l'image, il y a N... (avec $N = 3, 2$ ou 1)

	  	  
---	---	--

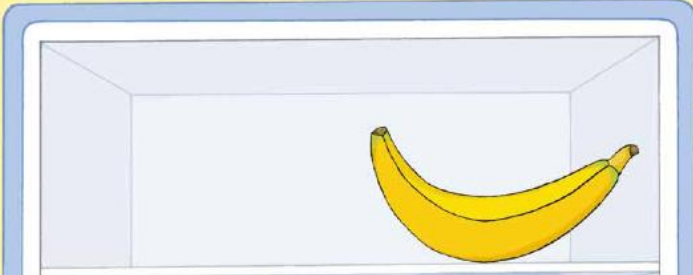
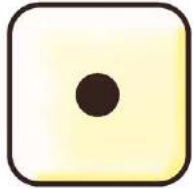
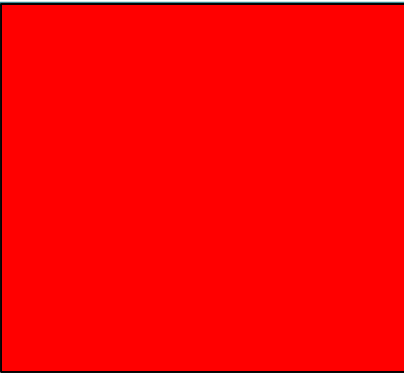

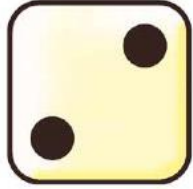
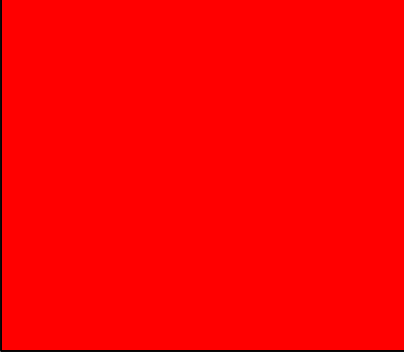
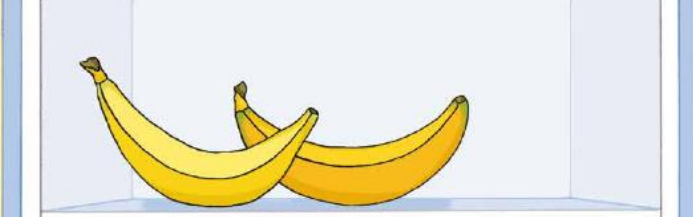

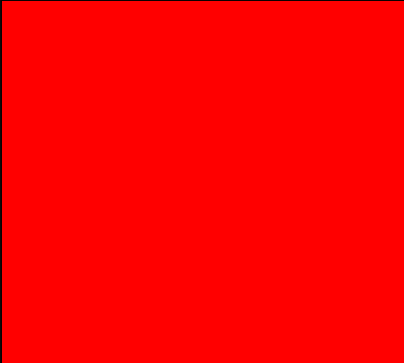
Trois types de situations-problèmes dès la PS :

1. Dans l'image, il y a N... (avec $N = 3, 2$ ou 1)



Trois types de situations-problèmes dès la PS :

1. Dans l'image, il y a N... (avec $N = 3, 2$ ou 1)

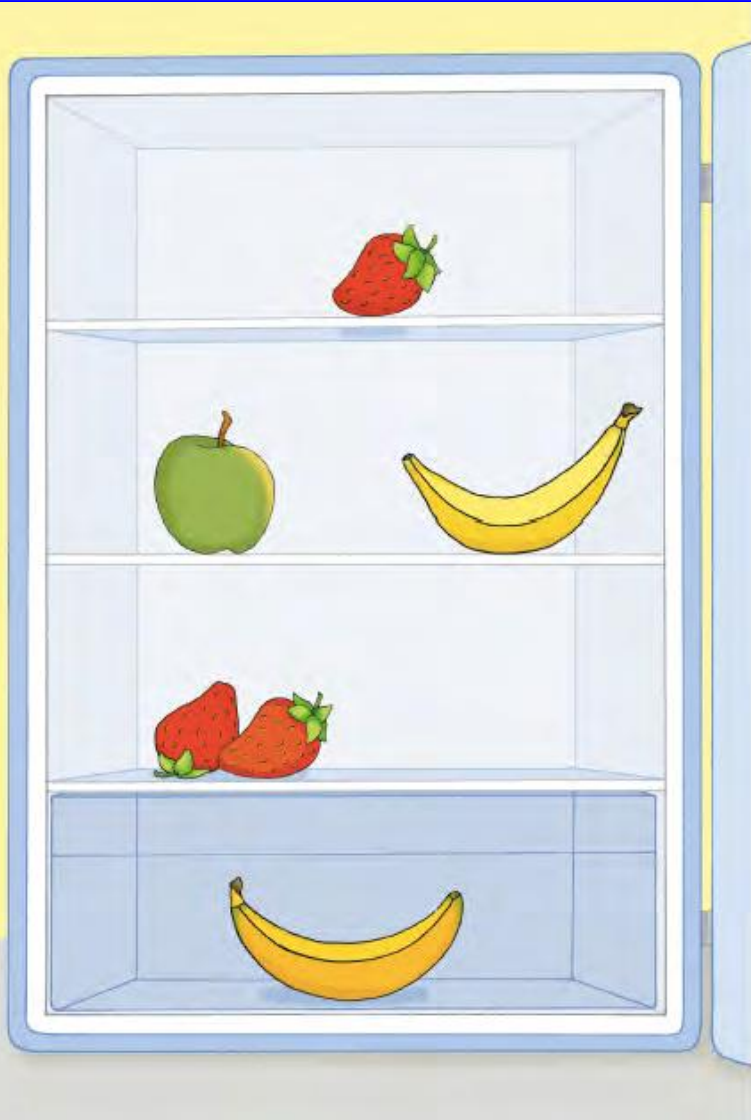
Trois types de situations-problèmes dès la PS :

1. Dans l'image, il y a N... (avec $N = 3, 2$ ou 1)

The image illustrates a visual discrimination task. On the left, an open refrigerator is shown with four shelves. The top shelf contains one banana. The second shelf contains one green apple. The third shelf contains three bananas. The bottom shelf contains one green apple and one strawberry. To the right of the refrigerator are three yellow dice with black dots: the top one has one dot, the middle one has two dots, and the bottom one has three dots. Further right are three red rectangular boxes. The middle box contains two green apples, while the top and bottom boxes are empty.

Trois types de situations-problèmes dès la PS :

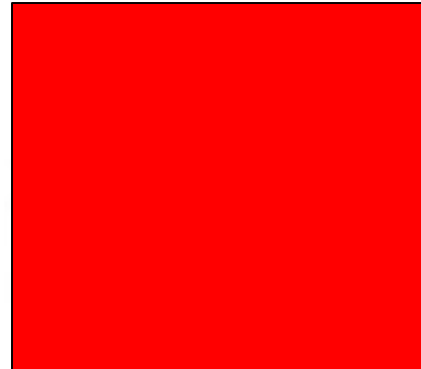
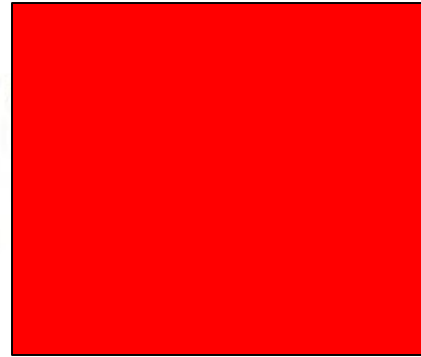
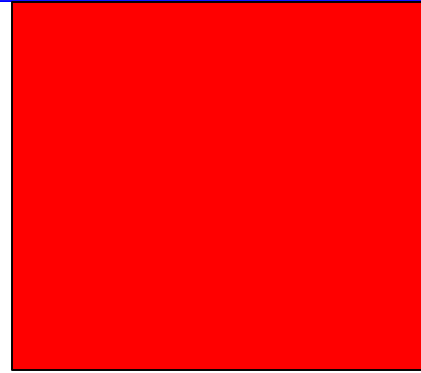
1. Dans l'image, il y a N... (avec $N = 3, 2$ ou 1)



1

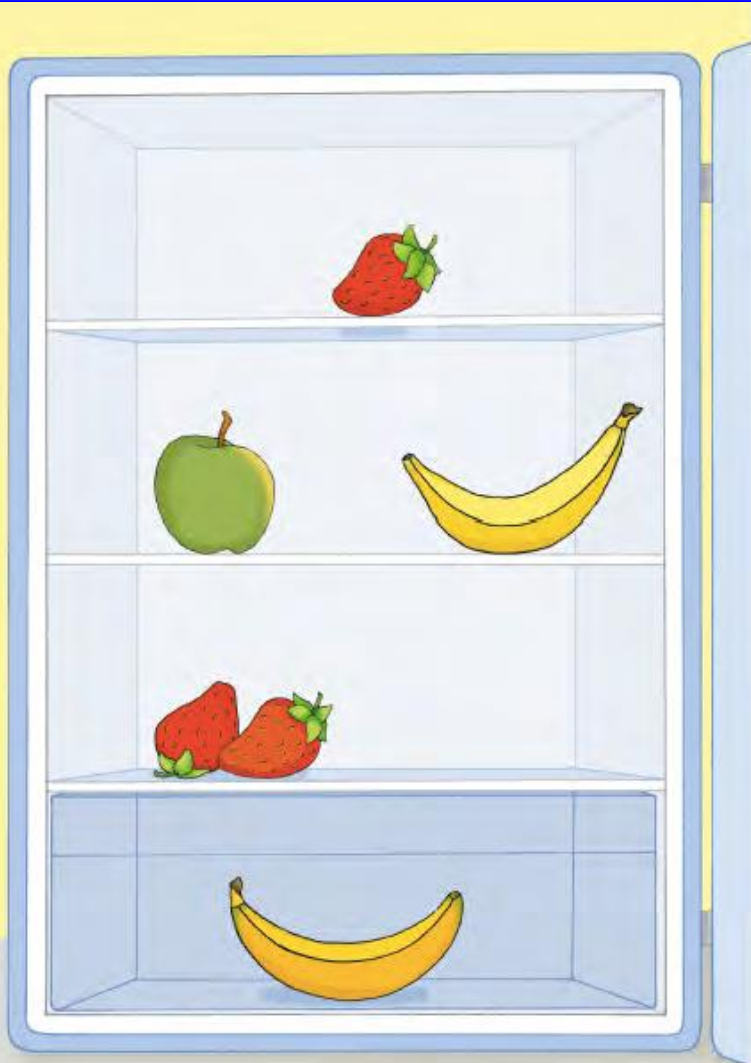
2

3

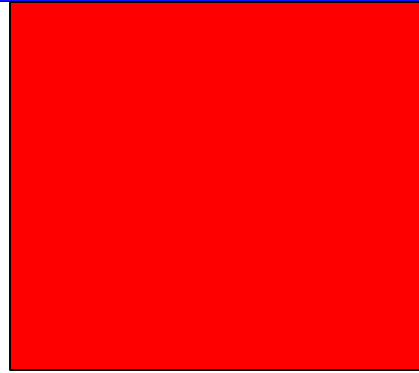


Trois types de situations-problèmes dès la PS :

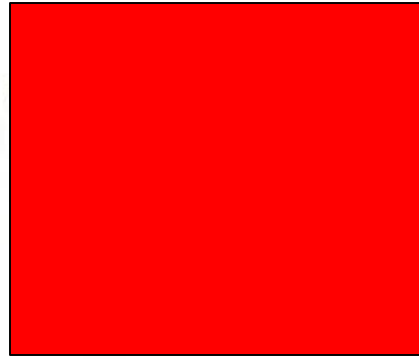
1. Dans l'image, il y a N... (avec $N = 3, 2$ ou 1)



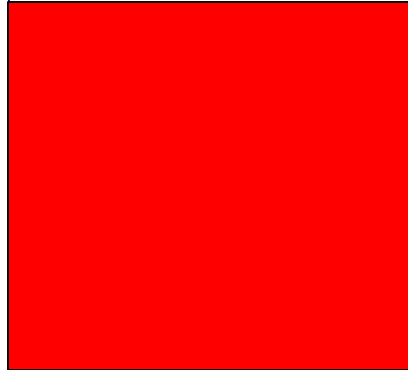
1



2

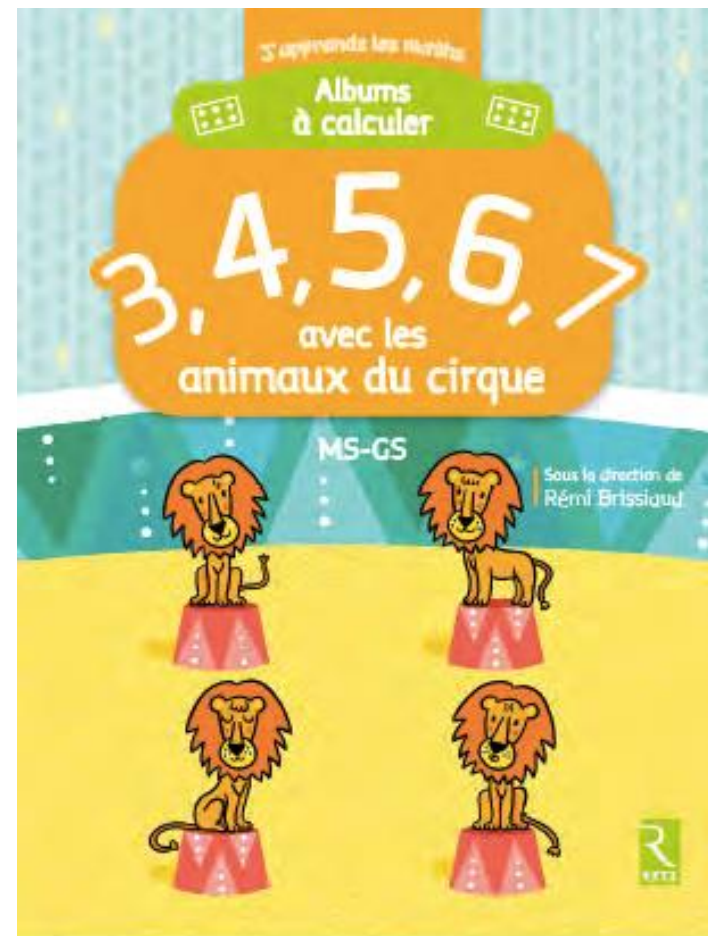


3



Trois types de situations-problèmes en PS :

1. Dans l'image, il y a N... (avec $N = 3, 2$ ou 1)
2. Il y a 3 éléphants et 3 tabourets mais 1 éléphant n'est pas sur son tabouret...



S'apprrends les maths

Albums
à calculer

5, 6, 7, 8, 9, 10
avec les
animaux de la maison

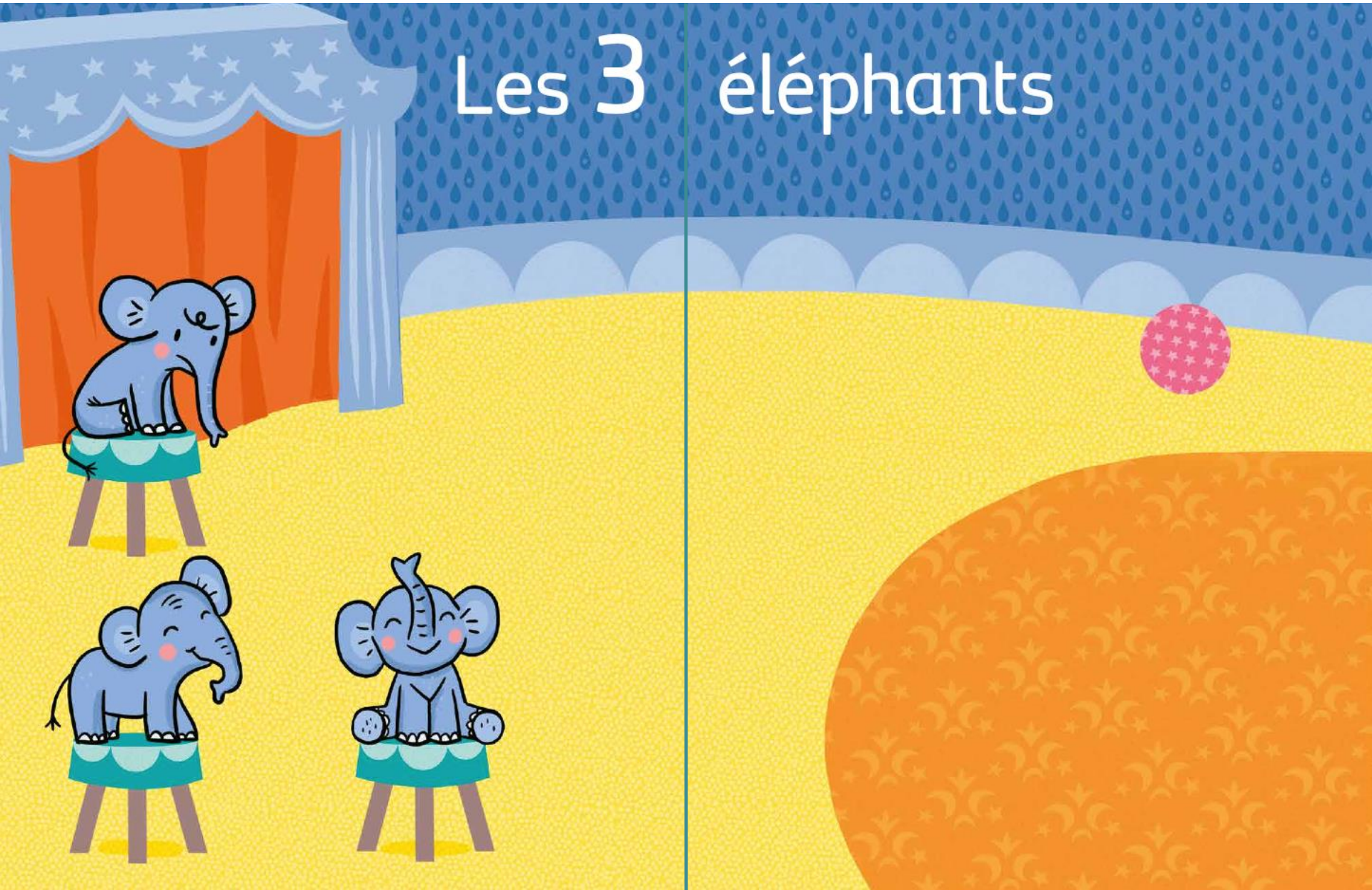
GS

Sous la direction de
Rémi Brissiaud

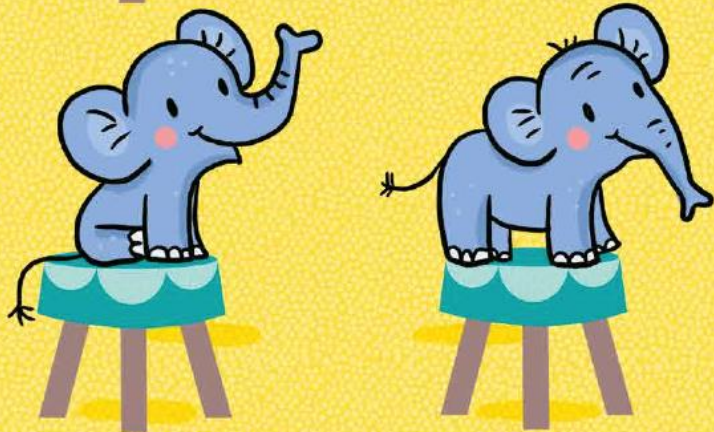


R
RETZ

Les 3 éléphants



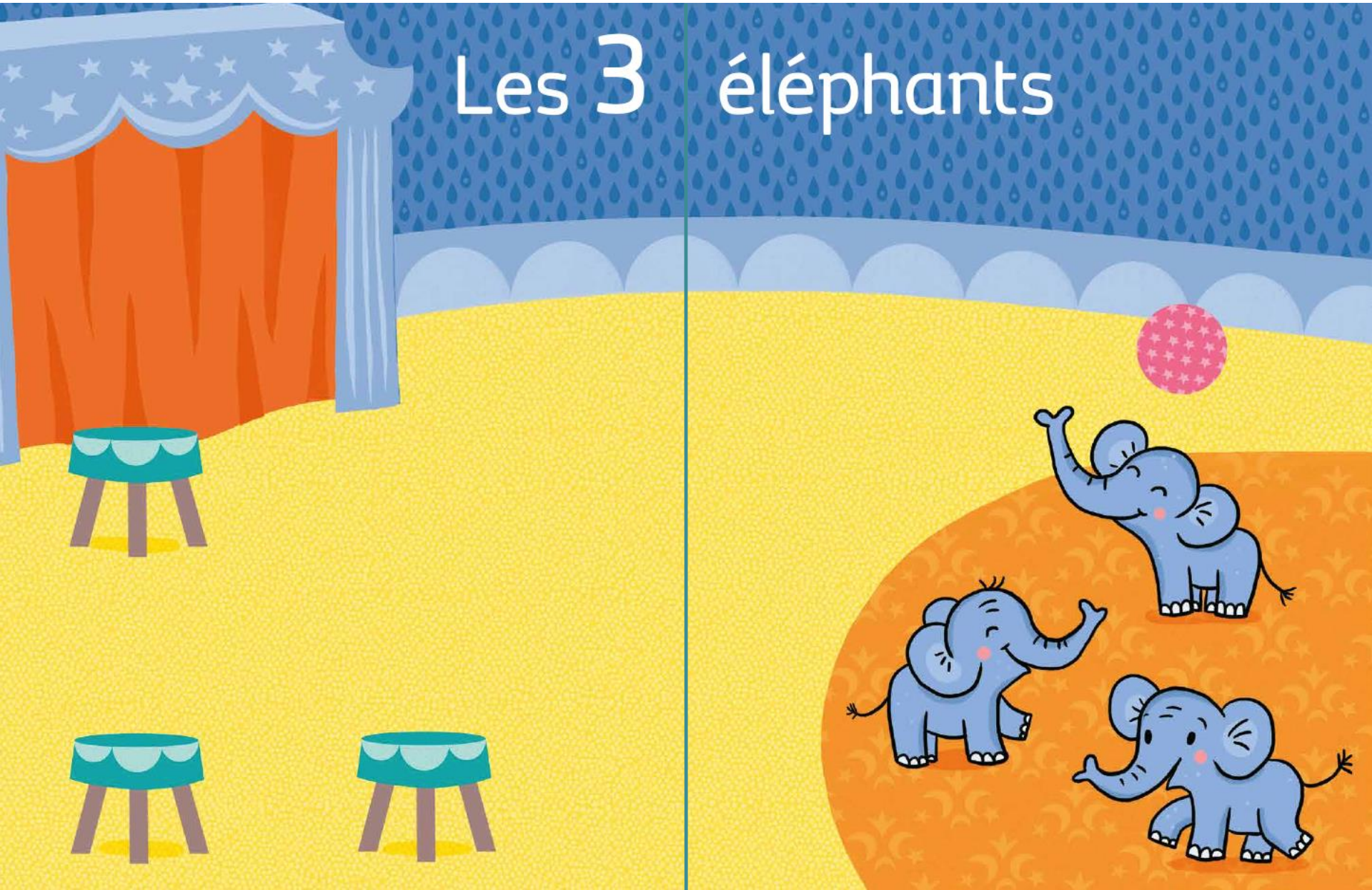
Les 3 éléphants



Les 3 éléphants



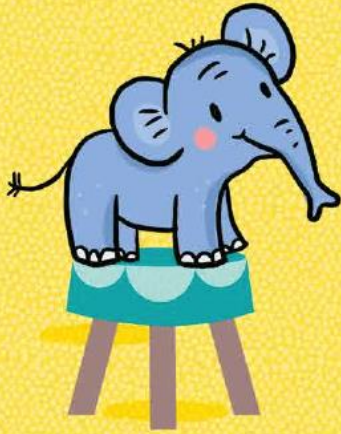
Les 3 éléphants



Les 3 éléphants

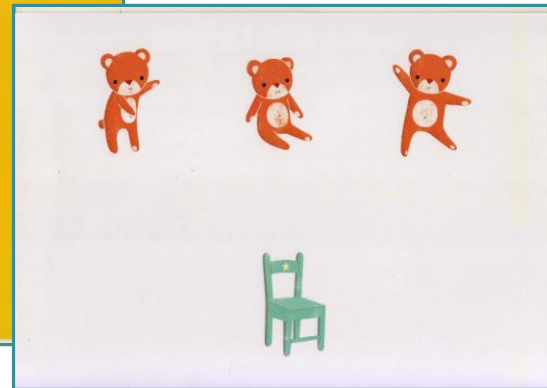
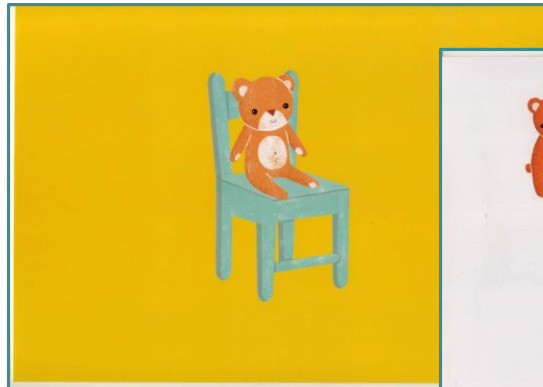
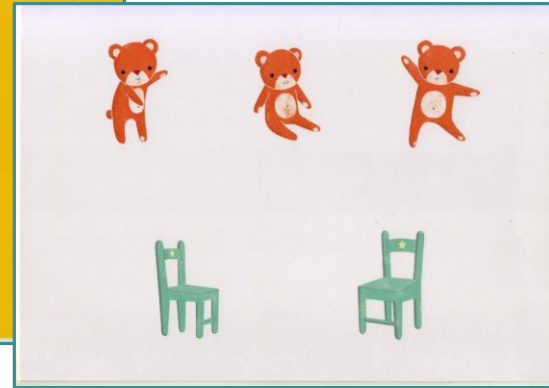
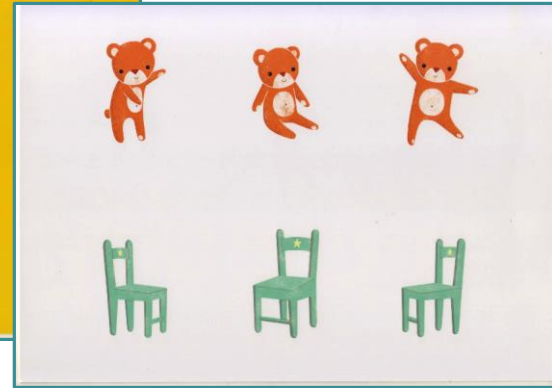


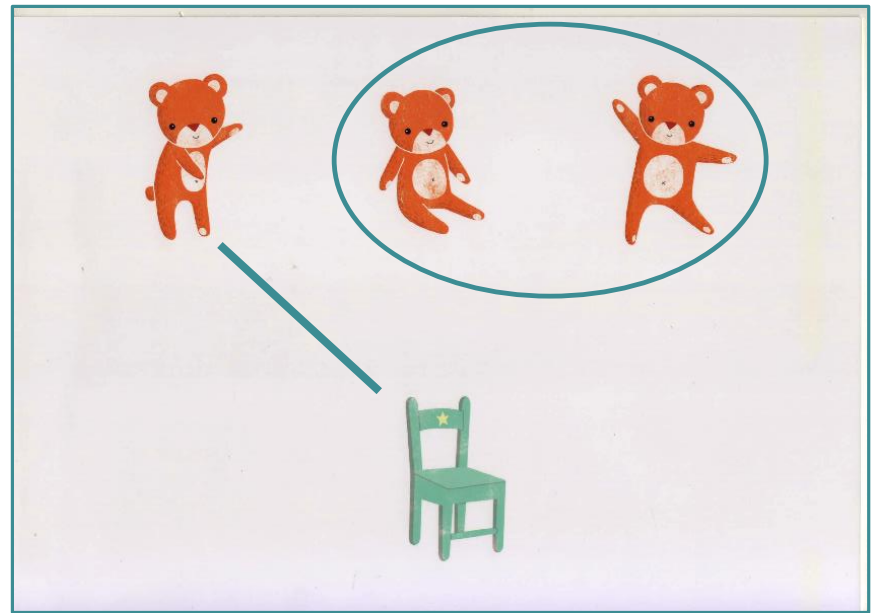
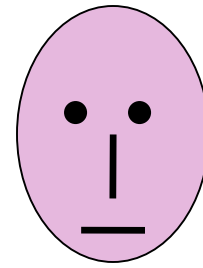
Les 3 éléphants

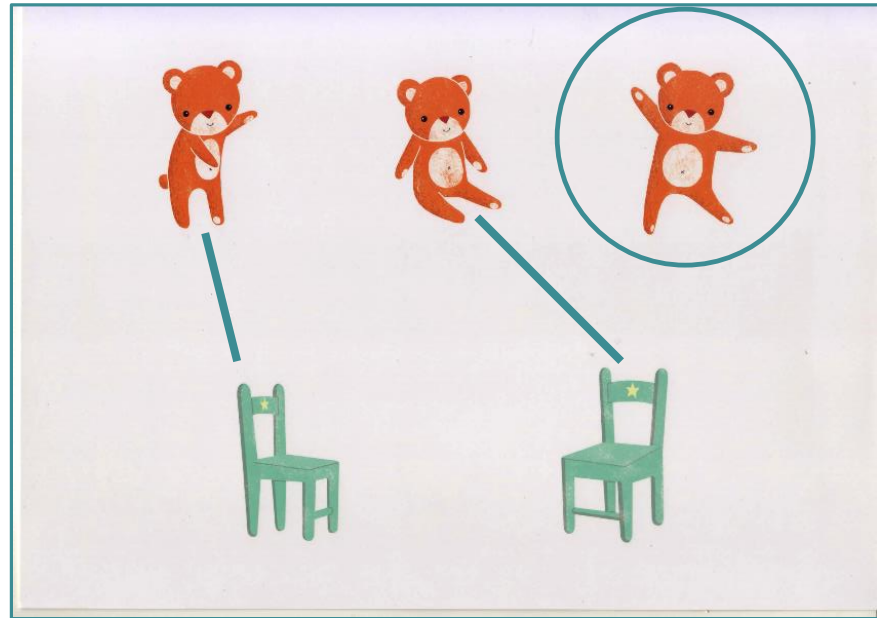
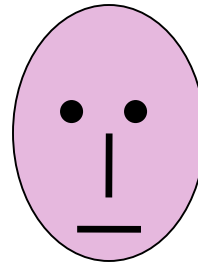


Trois types de situations-problèmes en PS :

- 1. Dans l'image, il y a N... (avec $N = 3, 2$ ou 1)**
- 2. Il y a 3 éléphants et 3 tabourets mais 1 éléphant n'est pas sur son tabouret...**
- 3. Il y a 3 nounours et 2 chaises.
Combien de nounours vont rester debout ?**







Trois types de situations-problèmes en PS :

1. Dans l'image, il y a N... (avec $N = 3, 2$ ou 1)
2. Il y a 3 éléphants et 3 tabourets mais 2 éléphants ne sont pas sur leur tabouret...
3. Il y a 3 nounours et 2 chaises.
Combien de nounours vont rester debout ?

Ces trois situations ont en commun...

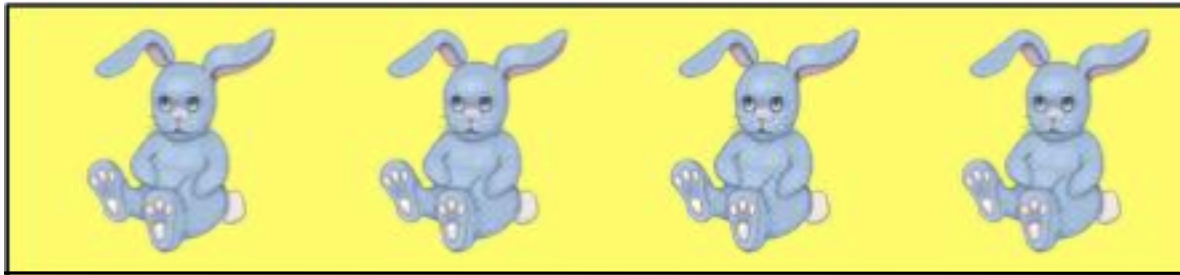
qu'elles mettent en jeu **DEUX QUANTITÉS DE TAILLES DIFFÉRENTES** et qu'elles invitent à les **COMPARER**.

SUITE DE LA PROGRESSION

- En MS, étude du nombre 4 en enseignant le comptage-dénombrement → 4 et en proposant les trois situations-problèmes → 4

SUITE DE LA PROGRESSION

- En MS, étude du nombre 4 en enseignant le comptage-dénombrement → 4 et en proposant les trois situations-problèmes → 4



SUITE DE LA PROGRESSION

- En MS, étude du nombre 4 en enseignant le comptage-dénombrement → 4 et en proposant les trois situations-problèmes → 4



Bandet (1962) ; Brandicourt (1962)

SUITE DE LA PROGRESSION

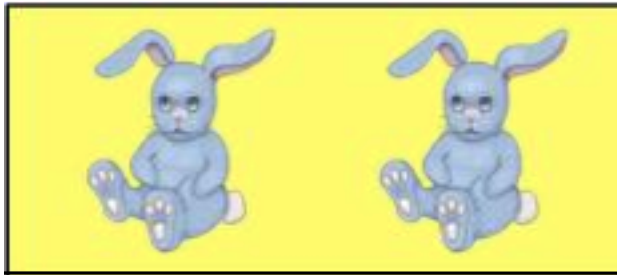
- En MS, étude du nombre 4 en enseignant le comptage-dénombrement → 4 et en proposant les trois situations-problèmes → 4



Bandet (1962) ; Brandicourt (1962)

SUITE DE LA PROGRESSION

- En MS, étude du nombre 4 en enseignant le comptage-dénombrement → 4 et en proposant les trois situations-problèmes → 4



Bandet (1962) ; Brandicourt (1962)

SUITE DE LA PROGRESSION

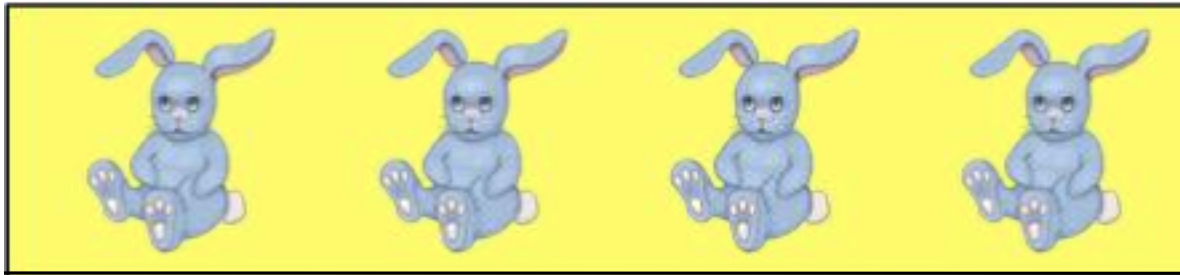
- En MS, étude du nombre 4 en enseignant le comptage-dénombrement → 4 et en proposant les trois situations-problèmes → 4



Bandet (1962) ; Brandicourt (1962)

SUITE DE LA PROGRESSION

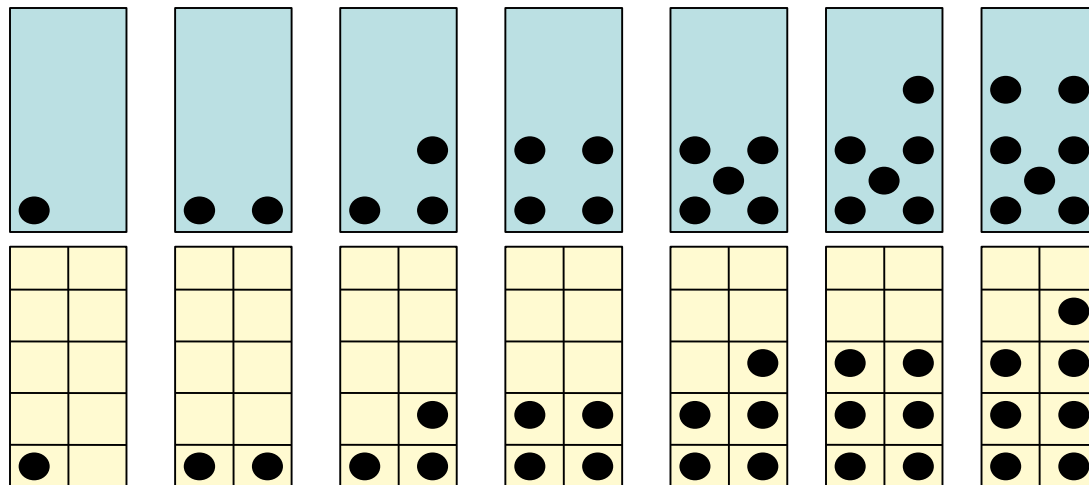
- En MS, étude du nombre 4 en enseignant le comptage-dénombrement → 4 et en proposant les trois situations-problèmes → 4



Bandet (1962) ; Brandicourt (1962)

SUITE DE LA PROGRESSION

- En MS, étude du nombre 4 en enseignant le comptage-dénombrement → 4 et en proposant les trois situations-problèmes → 4
- Puis, étude du nombre 5 en enseignant le comptage-dénombrement → 5 et en proposant les trois situations-problèmes → 5
- En GS, étude des nbres 6, 7, 8, 9 et 10 présentés comme « 5 et encore 1 », « 5 et encore 2 », « 5 et encore 3 »...



Plan de la partie : les gestes professionnels...

- **Les gestes professionnels de base lorsqu'on fait un tel choix :
Quelles progressions aux niveaux ? Comment s'exprimer ?**
- **Quelles situations-problèmes de référence ?**
- **Quels affichages ? Quid des activités telles que le calendrier ?**

A purple rectangular box containing a visual representation of the number 4. On the left is a light blue vertical rectangle with four black dots arranged in a 2x2 grid. In the center is the black numeral '4'. On the right is a yellow 2x2 grid with four black dots, one in each cell. Below these elements is a light green horizontal rectangle containing four blue vertical lines of varying heights, representing the number 4.

A purple rectangular box containing a visual representation of the number 5. On the left is a light blue vertical rectangle with five black dots: one in the top row and four in the bottom row. In the center is the black numeral '5'. On the right is a yellow 2x2 grid with five black dots: one in the top-right cell and four in the bottom row. Below these elements is a light green horizontal rectangle containing five blue vertical lines of varying heights, representing the number 5.

A purple rectangular box containing a visual representation of the number 6. On the left is a light blue vertical rectangle with six black dots: one in the top row and five in the bottom row. In the center is the black numeral '6'. On the right is a yellow 2x2 grid with six black dots: one in the top-right cell and five in the bottom row. Below these elements is a light green horizontal rectangle containing six blue vertical lines of varying heights, representing the number 6.

Merci pour votre attention.